

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра теории упругости и вычислительной математики
имени академика А.С. Космодамианского

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «**Численные методы**» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры теории упругости
и вычислительной математики
им. акад. А.С. Космодамианского,
канд. физ.-мат. наук

М. Н. Пачева

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры теории упругости и вычислительной математики им. акад. А.С. Космодамианского.
Протокол от 03.04.2025 г. № 10.

И. о. заведующего кафедрой

И. А. Моисеенко

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Алгебра, Аналитическая геометрия, Дифференциальные уравнения, Информатика, Цифровое моделирование.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Уравнения математической физики, Математические модели в естественных науках.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.18. Численные методы
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	8 / 288

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	34	34	–	76	144	экзамен
		4	30	30	–	84	144	экзамен
Очная, всего			64	64	–	160	288	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Подготовка в области численных методов; освоение методов приближенного решения различных математических задач; применение полученных знаний на практике.

**4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ
ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ
И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.2. Алгоритмизирует поставленную задачу в области численных методов	ОПК-5.2.1. Знает основные понятия и методы вычислительной математики, методы алгоритмизации. ОПК-5.2.2. Умеет записывать алгоритмы, оценивать точность полученных численными методами результатов и обосновывать их. ОПК-5.2.3. Владеет способностью выбирать и использовать методы вычислительной математики, составлять алгоритм решения поставленной задачи.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Теория интерполирования.	
Теория погрешностей.	Основные понятия теории погрешностей. Источники и классификация погрешностей. Точные и приближенные числа. Абсолютные и относительные погрешности. Значащая и верная значащая цифра числа. Правила округления.
Интерполяционный многочлен Лагранжа.	Постановка задачи. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа. Остаточный член. Выбор узлов интерполирования.
Интерполяционный многочлен Ньютона	Разделенные разности. Конечные разности. Вывод интерполяционных формул Ньютона. Остаточные члены.
Раздел 2. Численное интегрирование	
Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.	Постановка задачи. Формулы прямоугольников. Обобщенная формула трапеции. Формула Симпсона. Остаточные члены формул Ньютона-Котеса.
Формулы численного интегрирования Гаусса.	Построение формул. Абсциссы формул Гаусса. Коэффициенты. Остаточный член.
Формулы численного интегрирования Чебышева.	Построение формул. Остаточный член.
Раздел 3. Приближенное решение нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.	
Постановка задачи решения нелинейных уравнений.	Постановка задачи. Отделение корней.

Уточнение корней.	Метод половинного деления. Метод хорд. Метод касательных. Комбинированный метод. Метод итераций.
Раздел 4. Решение систем линейных алгебраических уравнений.	
Классификация методов решения систем линейных алгебраических уравнений.	Определения и общие сведения. Классификация методов.
Метод Гаусса.	Теоретические основы. Схемы реализации метода Гаусса.
Метод итерации.	Метод итерации. Условия сходимости. Ускорение сходимости метода итерации.
Раздел 5. Проблема собственных чисел.	
Постановка задачи о собственных числах.	Основные определения. Минимальные многочлены и их свойства. Теорема Гамильтона-Кели.
Построение собственного многочлена и собственных векторов.	Метод Крылова. Метод Леверье.
Раздел 6. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши.	
Постановка задачи Коши.	Задача Коши. Классификация методов.
Одношаговые численные методы.	Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.
Многошаговые численные методы.	Экстраполяционные формулы Адамса. Интерполяционные формулы Адамса.
Раздел 7. Методы решения граничных задач.	
Постановка граничной задачи. Метод сеток.	Постановка граничной задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка. Идея метода сеток. Замена граничной задачи сеточной задачей.
Разрешимость систем, полученных в методе сеток.	Доказательство разрешимости систем линейных алгебраических уравнений, полученных в методе сеток.
Метод ортогональной прогонки.	Прямая прогонка. Обратная прогонка.
Методы моментов и Галеркина.	Основные определения. Алгоритм методов. Выбор функций.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Теория интерполирования	8	8	–	20	36
Теория погрешностей	2	1	–	3	6
Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оптимизация погрешности.	2	3	–	9	14
Интерполяционный многочлен Ньютона.	4	4	–	8	16
Раздел 2. Численное интегрирование	8	8	–	16	32
Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.	4	4	–	8	16
Формулы численного интегрирования Гаусса.	2	2	–	4	8
Формулы численного интегрирования Чебышева.	2	2	–	4	8
Раздел 3. Приближенное решение нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений	10	10	–	20	40
Постановка задачи решения нелинейных уравнений.	2	4	–	8	14
Уточнение корней.	8	6	–	12	26
Раздел 4. Решение систем линейных алгебраических уравнений	8	8	–	20	36
Классификация методов решения систем линейных алгебраических уравнений.	1		–	4	5
Метод Гаусса.	3	4	–	8	15
Метод итерации.	4	4	–	8	16
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	34	–	76	144

6.2. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 5. Проблема собственных чисел	6	8	–	20	34
Постановка задачи о собственных числах.	2	2	–	4	8
Построение собственного многочлена и собственных векторов.	4	6	–	16	26
Раздел 6. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши	10	14	–	32	56
Постановка задачи Коши.	2		–	6	8
Одношаговые численные методы.	4	8	–	12	24
Многошаговые численные методы.	4	6	–	14	24
Раздел 7. Методы решения граничных задач	14	8	–	32	54
Постановка граничной задачи. Метод сеток.	2	2	–	6	10
Разрешимость систем, полученных в методе сеток.	2		–	6	8
Метод ортогональной прогонки.	6	4	–	8	18
Методы моментов и Галеркина.	4	2	–	12	18

ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	30	30	–	84	144
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	64	64	–	160	288

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Постановка задачи теории интерполирования. Условия на базисные функции.
2. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.
3. Разделенные разности и их свойства.
4. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Остаточный член.
5. Оптимальный выбор узлов интерполяции.

Раздел 2

6. Основы построения квадратурных формул интерполяционного типа.
7. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Свойства коэффициентов.
8. Формулы трапеций (простая и обобщенная). Остаточный член.
9. Формулы Симпсона (простая и обобщенная). Остаточный член.
10. Квадратурные формулы Гаусса. Необходимое и достаточное условие.
11. Остаточный член формул Гаусса.
12. Коэффициенты формул Гаусса, когда весовая функция равна единице.

Раздел 3

13. Задача отделения действительных корней алгебраических уравнений.
14. Метод хорд. Алгоритм, условия сходимости.
15. Метод Ньютона. Алгоритм, условия сходимости.
16. Метод итерации. Алгоритм, условия сходимости.

Раздел 4

17. Метода Гаусса (метод исключения) для СЛАУ.
18. Метод итераций для систем линейных уравнений.
19. Метод Зейделя. Алгоритм, условия сходимости.

Раздел 5

20. Постановка задачи о собственных числах. Метод Крылова.
21. Постановка задачи о собственных числах. Метод Леверье.

Раздел 6

22. Понятие «одношаговости» и «многошаговости» методов для численного решения задачи Коши.
23. Метод Эйлера решения задачи Коши.
24. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши.
25. Формула Пикара для решения задачи Коши 1-го порядка, ее геометрический

смысл.

Раздел 7

26. Метод сеток для решения линейных граничных задач.
27. Метод Галеркина для решения линейных граничных задач.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- построение интерполяционного многочлена (Лагранжа, Ньютона);
- расчет значения интеграла с помощью квадратурных формул Ньютона-Котеса.
- отделение и уточнение действительных корней алгебраических уравнений одним из численных методов;
- решение СЛАУ методом итераций;
- нахождение собственных чисел методом Крылова и методом Леверье;
- решение задачи Коши методами Эйлера и Рунге-Кутты.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

Экзаменационный билет № n

1. Полная и частичная проблема собственных чисел. Собственные числа и собственные векторы матрицы.
2. Найти методом Рунге-Кутты с погрешностью $O(h^5)$ решение задачи Коши $y' = 2x^2 + xy$, $y(0) = 0.5$ для $y(0.1)$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию.

8.1. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	2
	Самостоятельная работа	20

	Контрольные работы по практике	6
	Контрольная работа по теоретическому материалу	2
2, 3	Организационно-учебная работа в аудитории	2
	Самостоятельная работа	15
	Контрольные работы по практике	6
	Контрольная работа по теоретическому материалу	2
4	Организационно-учебная работа в аудитории	2
	Самостоятельная работа	10
	Контрольные работы по практике	6
	Контрольная работа по теоретическому материалу	2
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация (экзамен)		30
Общий итог за семестр		100

8.2. Семестр 4

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
5	Организационно-учебная работа в аудитории	4
	Самостоятельная работа	25
	Контрольные работы по практике	6
	Контрольная работа по теоретическому материалу	4
6	Организационно-учебная работа в аудитории	3
	Самостоятельная работа	25
	Контрольные работы по практике	6
	Контрольная работа по теоретическому материалу	4
7	Организационно-учебная работа в аудитории	3
	Самостоятельная работа	10
	Контрольные работы по практике	6
	Контрольная работа по теоретическому материалу	4
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация (экзамен)		30
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено

35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд. 605).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Дружинин В.В. Численные методы. Учебно-методическое пособие. (4-е переиздание) / В.В. Дружинин, Р.Ф. Дружинина. – Саров: Издательство СарФТИ, 2019. - URL: [Дружинин-В.В.-Дружинина-Р.Ф.-Численные-методы-2020.pdf \(sarfti.ru\)](http://sarfti.ru) (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
2. Пачева, М. Н. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. Н. Пачева, С. А. Прийменко ; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет", Кафедра теории упругости и вычислительной математики имени академика А.С. Космодамианского. - Донецк : ДонГУ, 2020. - Электронные текстовые данные (1 файл).
3. Методические рекомендации к практикуму по методам вычислительной математики / сост.: О.П. Абрамова, Е.В. Алтухов, М.Д. Гремалюк и др. – Донецк: ДонГУ, 1990. – 80 с.

10.2. Дополнительная литература

4. Бахвалов Н.С. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 5-е изд. - М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2007. - 636 с.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: [Учеб. пособие для вузов] / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. - М.: Высш. шк., 2000. - 190 с.
6. Березин И.С. Методы вычислений: [в 2 т.] : учеб. пособие для ун-тов. Т. 1 / И. С. Березин, Н. П. Жидков. - 3-е изд. - Москва : Наука, 1966. - 632 с.
7. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович, И.А. Марон. - 3-е изд. - Москва : Наука, 1966. - 664 с.
8. Костомаров Д.П. Вводные лекции по численным методам: Учеб. пособие для студентов вузов / Д.П. Костомаров, А.П. Фаворский; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - М.: Логос, 2004. - 184 с.

9. Самарский А.А. Численные методы : [Учеб. пособие по специальности "Прикладная математика"] / А.А. Самарский, А.В. Гулин. - М. : Наука, 1989.-429с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).